Struttura metrica di R

Dati $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$ la distanza tra a e b è la lunghezza del segmento ab

$$dist(a,b) = dist\,(b,a) = |\,b - a| = |\,a - b|$$

INTORNI di x^0

Def : Un Intorno di $x^0 \in \mathbb{R}$ è l'insieme dei punti di $\mathbb{R}$ che distano da x^0 meno di una certa quantità positiva prefissata $\varepsilon > 0$.

$$I_{x^0} = I_{x^0,\varepsilon} = \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; dist\,(x, x^0) < \varepsilon \}$$

$$I_{x^0} = I_{x^0,\varepsilon} = \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; |x - x^0| < \varepsilon \}$$

I_{x^0} è un intervallo di centro x^0 e semi-ampiezza ε

$\varepsilon < \varepsilon'$ allora $I_{x^0,\varepsilon} \subset I_{x^0,\varepsilon'}$

$$I_{x^0} = I_{x^0,\varepsilon} = \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; -\varepsilon < x - x^0 < \varepsilon \} =$$
$$= \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; x^0 - \varepsilon < x < x^0 + \varepsilon \}$$

Def : Un Intorno destro (di semiampiezza $\varepsilon > 0$) di $x^0 \in \mathbb{R}$ è l'insieme

$$I_{x^0}^{+} = I_{x^0,\varepsilon}^{+} = \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; x^0 \le x < x^0 + \varepsilon \}$$

Def : Un Intorno sinistro (di semiampiezza $\varepsilon > 0$) di $x^0 \in \mathbb{R}$ è l'insieme

$$I_{x^0}^{-} = I_{x^0,\varepsilon}^{-} = \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; x^0 - \varepsilon < x \le x^0 \}$$

Def : Un Intorno di $+\infty$ è l'insieme

$$I_{+\infty} = I_{+\infty,M} = \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; x \ge M \} \quad M \in \mathbb{R}^{+}$$

(rappresenta una semiretta di origine M).

Def : Un Intorno di $-\infty$ è l'insieme

$$I_{-\infty} = I_{-\infty,M} = \{\, x \in \mathbb{R} \;:\; x \le -N \} \quad N \in \mathbb{R}^{+}$$

(rappresenta una semiretta di origine -N).