

Esercizi sui problemi di decisione

PROBLEMI DI SCELTA IN CASO DI CERTEZZA CON EFFETTI IMMEDIATI

1 Una ditta, per la produzione di un articolo, sostiene per un ciclo di produzione una spesa fissa di £ 14.000.000 e un costo per ogni unità prodotta di £ 10.000. Il prezzo di vendita è di £ 26.000 per ogni unità e la ditta deve sostenere una spesa di £ 10.000.000 per la pubblicità.

Calcolare qual è la quantità minima che deve produrre per non essere in perdita e per quale quantità può realizzare il massimo utile, sapendo che la capacità massima produttiva è di 10.000 unità.

2 Un'industria dolciaria produce dei cioccolatini che vende in scatole confezionate da g 200. Per la produzione dei cioccolatini sostiene una spesa fissa mensile di £ 4.000.000 e un costo al kg di £ 4.000; inoltre per confezionare ogni scatola ha una spesa di £ 600.

Vende i cioccolatini al prezzo di £ 5.000 alla scatola.

Determinare quante scatole deve confezionare mensilmente per non essere in perdita e con quante scatole realizza il massimo guadagno, sapendo che gli impianti consentono la produzione mensile massima di kg 800 di cioccolatini.

(Si noti che con un kg di cioccolatini si confezionano $1.000:200 = 5$ scatole, quindi il costo di ogni scatola è...).

3 Le spese di produzione di un bene, in un ciclo di lavorazione, si suddividono in spese fisse di £ 10.000.000, in costo di lavorazione di £ 700 per ogni unità prodotta e in spese per la manutenzione degli impianti pari al 5% del quadrato della quantità prodotta. Il prezzo di vendita è di £ 2.500 per ogni unità.

Sapendo che la capacità produttiva massima è di 25.000 unità, calcolare per quale quantità si realizza il massimo utile e fra quali produzioni non si ha una perdita.

4 Un'industria confeziona camicie da uomo che vende al prezzo di £ 30.000 l'una. Per la produzione sostiene una spesa fissa annua di £ 100.000.000 e un costo per ogni camicia di £ 15.000 per stoffa ecc... Inoltre, per la pubblicità sostiene una spesa stimata pari al 20% del quadrato del numero delle camicie vendute.

Sapendo che l'industria può produrre al massimo 30.000 camicie all'anno, determinare quante camicie deve produrre e vendere per avere il massimo guadagno e il numero minimo di camicie da produrre e vendere per non essere in perdita.

5 L'industria produttrice di camicie considerata nel problema precedente, vorrebbe incrementare la produzione con un aumento di risorse che comporterebbe una spesa aggiuntiva annua di £ 20.000.000 per portare la capacità massima produttiva a 40.000 camicie all'anno. Sarebbe conveniente questa scelta?

- 6** Un'industria che produce mangimi per animali, per la produzione sostiene una spesa mensile fissa di £ 40.000.000, un costo di £ 20.000 al quintale e una spesa pari a 0,5 volte il quadrato del numero di quintali prodotti. Il prezzo di vendita è di £ 40.000 al quintale.

Calcolare quanti quintali deve produrre e vendere per ottenere il massimo utile netto, tenendo conto che la capacità massima produttiva è di q 18.000 al mese e che è prevista una spesa per la pubblicità pari al 30% del quadrato delle quantità vendute. Convieni sfruttare al massimo la capacità produttiva?

- 7** Un'industria produce borse di pelle. Il costo unitario di produzione è espresso dalla funzione:

$$y = \frac{18.000.000}{x} + 20.000 + 8x \quad (\text{dove } x \text{ è il numero di borse prodotte})$$

La domanda è espressa dalla legge:

$$x = 40.000 - 0,5p$$

Per la pubblicità l'industria sostiene una spesa di £ 6.000.000.

Si chiede di determinare:

- per quale produzione il costo unitario risulta minimo;
- quante borse deve produrre e vendere per ottenere il massimo utile e il relativo prezzo di vendita.

- 8** Un'industria che produce scope di materiale sintetico deve programmare la produzione annua tenendo conto dei seguenti dati:

- le spese fisse annue ammontano a £ 50.000.000;
- ogni scopa costa £ 3.000 per materie prime e lavorazione;
- le spese per la pubblicità sono stimate pari al 20% del quadrato del numero delle scope prodotte.

La domanda è espressa dalla funzione:

$$x = 80.000 - 5p$$

Determinare i limiti di produzione per non essere in perdita.

Per quante scope si ottiene il massimo ricavo e per quante scope si ottiene il massimo guadagno?

- 9** In seguito a una campagna pubblicitaria televisiva che è costata £ 30.000.000 alla ditta di scope del problema precedente, si è rilevato che la funzione della domanda si è modificata nella seguente:

$$x = 100.000 - 5p.$$

Restando fissi gli altri elementi, si determini quante scope occorre vendere per avere il ricavo massimo e quante per avere il guadagno massimo.

È stata utile la campagna pubblicitaria?

- 10** Un commerciante acquista da un produttore derrate alimentari deperibili. Il costo della merce è di £ 400 al kg, inoltre per il trasporto si deve sostenere una spesa fissa di £ 200.000. La domanda della merce è espressa dalla funzione:

$$z = 1.250 - 0,5p \quad (\text{dove } z \text{ è la quantità richiesta}),$$

ma non tutta la merce acquistata può essere rivenduta, in quanto si stima che vi sia uno scarto del 20%.

Determinare quanti kg di merce al commerciante conviene acquistare per massimizzare il guadagno. (Indicando con x i kg acquistati, per lo scarto della merce i kg venduti sono $z = 0,8x$, quindi il ricavo risulta...).

11 Un
e u
pe
Sa
me
ma

12 Un
sc
to
Pe
pe
Fa
de

13 Un
pe
qu
la
Ve
£ 1
de
D

14 Pe
—
—
L'
al
D
zi

15 P
v
g
7
tr
S
la

16 U
u
Il
s
N
P
(
D

11 Un'impresa, per la produzione di una merce, sostiene una spesa fissa di £ 2.000.000 e un costo di produzione di £ 1.000 al pezzo fino a 1.000 pezzi e di £ 800 al pezzo per i pezzi eccedenti. Vende la merce a £ 5.000 il pezzo. Sapendo che la massima capacità produttiva è di 1.500 pezzi, rappresentare graficamente la funzione del guadagno e determinare per quale quantità il guadagno è massimo.

12 Un rappresentante, per la vendita di un prodotto, ha le seguenti provvigioni secondo scaglioni: £ 1.000 per ogni pezzo venduto fino a 3.000, £ 1.100 per ogni pezzo venduto oltre 3.000, fino a 5.000, £ 1.200 per ogni pezzo venduto oltre 5.000. Per la vendita sostiene una spesa fissa mensile di £ 1.000.000 e inoltre una spesa per l'automezzo valutata pari al 10% del quadrato del numero dei pezzi venduti. Fare la rappresentazione grafica del guadagno e determinare quanti pezzi dovrà vendere mensilmente per realizzare il massimo profitto.

13 Un'impresa commerciale acquista un prodotto, sul quale ha l'esclusiva, a £ 1.000 il pezzo. Se gli acquisti mensili superano i 20.000 pezzi ottiene, su tutta la quantità acquistata, una riduzione di £ 100 al pezzo; se superano i 50.000 pezzi ottiene, su tutta la quantità acquistata, una riduzione di £ 150 al pezzo. Vende il prodotto a £ 2.600 il pezzo. Le spese di distribuzione mensili sono di £ 5.000.000 fisse e inoltre vi è una spesa per la pubblicità pari al 2,5% del quadrato del numero dei pezzi venduti. Determinare per quale quantità l'utile è massimo.

14 Per la produzione un'impresa sostiene settimanalmente i seguenti costi:
 — spese fisse £ 5.000.000;
 — costo della materia prima £ 4.000, per ogni kg prodotto;
 — costo di lavorazione: ogni kg richiede 30 minuti di lavoro manuale, che costa £ 5.000 all'ora se ordinario, £ 6.000 all'ora se straordinario.
 L'impresa dispone di 20 operai che lavorano 34 ore settimanali e ciascuno può fare, al massimo, 6 ore di lavoro straordinario alla settimana.
 Determinare, in funzione della quantità prodotta, la funzione del costo totale e la funzione del costo unitario e calcolare per quale quantità il costo unitario è minimo.

15 Per la rifinitura dei suoi prodotti una ditta può servirsi di propri operai o affidare il lavoro a terzi. Il lavoro deve essere eseguito giornalmente e si prevede che nei vari giorni della settimana i pezzi da rifinire siano, rispettivamente, 600; 880; 520; 430; 780; 250. Ogni operaio costa settimanalmente alla ditta £ 350.000 per salario e contributi, mentre ogni pezzo rifinito da terzi viene a costare £ 1.000. Sapendo che ogni operaio può rifinire 100 pezzi al giorno, determinare quanti operai la ditta deve assumere per rendere minima la spesa.

16 Un articolo è prodotto in lotti di 500 pezzi ciascuno. Per la lavorazione si sostiene una spesa fissa di £ 1.000.000 e un costo di £ 400 al pezzo. Il prezzo di vendita al lotto è decrescente rispetto al numero dei lotti venduti e precisamente è dato dalla seguente tabella:

N. lotti	1	2	3	4	5	6	7	8
Prezzo al lotto (in migliaia di £)	600	600	550	500	480	450	400	350

Determinare il numero di lotti da produrre settimanalmente per ottimizzare l'utile.

- 17** Una ditta vuole fare una campagna pubblicitaria radiofonica della durata di 10 settimane. Le spese sono: una quota fissa di £ 50.000.000 e un costo di £ 500.000 per ogni spot, costo che si riduce a £ 400.000 se sono più di 3 al giorno, per un massimo di 6 al giorno. Si stima che il ricavo sia crescente al crescere del numero degli spot al giorno, secondo la seguente tabella:

N. spot	1	2	3	4	5	6
Ricavo (in milioni di £)	100	150	230	250	270	270

Determinare il numero di trasmissioni giornaliere che consentono il massimo utile.

- 18** Una società fabbrica un prodotto chimico di cui detiene il brevetto e si trova perciò in posizione di monopolio alla vendita. Da indagini di mercato ha ricavato la seguente scheda di domanda:

Prezzo (in £/kg)	2.000	2.100	2.200	2.300	2.400	2.500	2.600
Quantità venduta (in kg)	7.000	6.800	6.600	6.000	5.900	5.000	4.700

Supponendo che la domanda sia funzione lineare del prezzo, mediante il metodo dei minimi quadrati ricavare la legge della domanda.

Per la produzione la società sostiene una spesa fissa mensile di £ 6.000.000 e una spesa per la materia prima e la lavorazione di £ 600 al kg.

Sapendo che la capacità massima produttiva è di 100 quintali al mese, determinare a quale prezzo si deve vendere il prodotto per massimizzare l'utile.

- 19** Mediante indagini di mercato una società è in possesso della scheda di domanda di un suo prodotto data dalla seguente tabella:

Prezzo (in migliaia di £)	100	105	110	115	120	125	130
Quantità vendute (in unità conven.)	500	480	460	420	400	360	320

Sapendo che il costo di produzione di ogni unità è di 35.000 lire e che la capacità massima produttiva è di 600 unità, si chiede di:

- determinare la funzione della domanda con il metodo dei minimi quadrati, supponendo che la domanda sia funzione lineare del prezzo, e di calcolare per quale prezzo l'utile è massimo;
- nell'ipotesi che la domanda sia rappresentata dalla funzione $y = \frac{a}{x}$, determinarla con il metodo dei minimi quadrati e calcolare la funzione dell'utile; esiste il massimo?

- 20** Una ditta ha ricavato la seguente legge della domanda per un suo prodotto (in unità convenzionali):

$$x = 11.200 - \frac{1}{4}p^2 \quad 0 < p \leq 200$$

Per la produzione la ditta sostiene una spesa di £ 100 per ogni unità. Il prodotto è protetto da brevetto e quindi la ditta lo vende in condizioni di monopolio.

Si chiede di:

- esprimere l'utile in funzione del prezzo e fare la rappresentazione grafica di questa funzione; determinare a quale prezzo la ditta deve vendere il prodotto per realizzare il massimo utile;

b) esprimere l'utile in funzione della quantità prodotta e fare la rappresentazione grafica di questa nuova funzione; determinare per quale quantità l'utile è massimo, verificando il risultato calcolato in a).

- 21** Un'impresa, da rilevazioni effettuate, valuta che il costo di produzione di un bene è crescente in progressione aritmetica, precisamente, il primo pezzo costa £ 10.000, il secondo £ 10.100, il terzo £ 10.200 e così via. Per un ciclo di lavorazione le spese fisse ammontano a £ 2.000.000. Il bene è venduto al prezzo unitario di £ 35.150. Determinare:
- quanti pezzi l'impresa deve produrre per rendere minimo il costo unitario;
 - quanti pezzi deve produrre e vendere per massimizzare l'utile.

PROBLEMI DI SCELTA FRA PIÙ ALTERNATIVE

- 22** Una piccola impresa deve scegliere, per la fornitura di energia elettrica, fra le seguenti due tariffe:
- £ 160 per ogni kwh, oltre a una spesa fissa bimestrale di £ 20.000;
 - £ 300.000 a forfait bimestrali per consumi fino a 2.000 kwh e £ 150 per i kwh eccedenti.
- Rappresentare graficamente le funzioni dei costi e determinare quale tariffa è più conveniente in relazione ai consumi previsti.

- 23** Una ditta deve decidere la produzione di un capo di vestiario fra due modelli che comportano i seguenti costi di produzione:
- costo fisso settimanale di £ 500.000 e £ 10.000 per ogni capo;
 - costo fisso settimanale di £ 800.000 e £ 12.000 per ogni capo.
- Il primo modello può essere venduto al prezzo di £ 20.000, il secondo a £ 25.000. Determinare quale modello è più conveniente produrre, in funzione delle quantità vendute.

- 24** Per il noleggio di un autocarro si può scegliere fra le seguenti tre tariffe:
- £ 1.000 al km più un diritto fisso di £ 20.000;
 - £ 100.000 fisse per una percorrenza fino a 100 km e £ 600 per i km eccedenti;
 - £ 1.500 al km, senza spese fisse.
- Determinare la tariffa più conveniente in funzione dei km da percorrere.

- 25** Un rappresentante di commercio deve scegliere fra le seguenti tre offerte di retribuzione:
- uno stipendio mensile fisso di £ 800.000 e una provvigione di £ 600 per ogni pezzo venduto;
 - uno stipendio mensile fisso di £ 1.000.000 e una provvigione di £ 500 per ogni pezzo venduto;
 - uno stipendio mensile fisso di £ 1.100.000 e una provvigione di £ 400 per ogni pezzo venduto.
- Determinare quale offerta è più conveniente in funzione del numero di pezzi venduti.

- 26** Una ditta deve scegliere in quale modo recapitare la merce ai suoi clienti:
- affidare l'incarico a una impresa che chiede £ 1.000 al quintale;
 - effettuare il trasporto in proprio che comporta una spesa fissa settimanale di £ 200.000, un costo al quintale di £ 600 e un costo per l'usura degli automezzi pari all'1% del quadrato dei quintali trasportati.
- Quale alternativa è più conveniente in funzione dei quintali da trasportare, sapendo che la quantità settimanale da trasportare non supera i 1.000 quintali?

- 27** Per la produzione di una merce, un'impresa sostiene settimanalmente una spesa fissa di £ 750.000 e un costo di £ 1.200 il kg.
Per la vendita della merce prodotta può scegliere fra due alternative:
a) vendere la merce ai dettaglianti a £ 2.400 il kg sostenendo una spesa per la pubblicità valutata pari al 10% del quadrato dei kg venduti;
b) cedere tutta la produzione a un grossista a £ 1.800 il kg.
Determinare quale delle due alternative è la più conveniente, sapendo che la capacità produttiva massima è di $q = 100$.

- 28** Il produttore di un detersivo sostiene le seguenti spese: una spesa fissa di £ 1.000.000, un costo di £ 200 al kg e una spesa pari al 20% del quadrato del numero dei kg prodotti. Vende il suo prodotto a £ 2.000 al kg.
Il produttore migliora il prodotto per differenziarlo da altri analoghi sul mercato e il costo del detersivo aumenta di £ 40 al kg e lo lancia con una campagna pubblicitaria del costo di £ 8.000.000.
In questa situazione si crea per il produttore una condizione di monopolio e la funzione della domanda è espressa da $x = 25.000 - 5p$.
Valutare per quali quantità è più conveniente la prima situazione o la situazione successiva al miglioramento e per ogni situazione calcolare il guadagno massimo.

- 29** Un'industria di confezioni produce cappotti da uomo in due modelli che comportano i seguenti costi e possono essere venduti ai prezzi indicati:
a) per il primo modello sostiene una spesa fissa di £ 20.000.000 e un costo di £ 50.000 per ogni cappotto e il prezzo di vendita è di £ 200.000;
b) per il secondo modello sostiene una spesa fissa di £ 32.500.000, un costo di £ 80.000 al cappotto e una spesa pari a 10 volte il quadrato del numero dei cappotti prodotti e il prezzo di vendita è di £ 260.000.
Determinare quale modello è più conveniente in relazione al numero dei cappotti prodotti e venduti.

PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI INCERTEZZA

- 30** Si vuole investire un capitale e si presentano due modi alternativi A e B nei quali i ricavi (in milioni di lire) sono dipendenti da tre eventi di probabilità nota secondo la seguente tabella:

Eventi	Alternative		Probabilità
	A	B	
E_1	15	11	0,20
E_2	18	20	0,55
E_3	22	26	0,25

Determinare, applicando il criterio del valore medio, l'alternativa più conveniente.

- 31** Rifare la scelta chiesta nel precedente esercizio nell'ipotesi che la distribuzione di probabilità degli eventi sia la seguente:

Eventi	E_1	E_2	E_3
Probabilità	0,60	0,30	0,10

- ★ **32** Per una data lavorazione si possono scegliere tre procedimenti i costi dei quali sono rispettivamente:

A: £ 5.000 al pezzo e una spesa fissa di £ 540.000;

B: £ 6.000 al pezzo e una spesa fissa di £ 300.000;

C: £ 7.000 al pezzo senza spese fisse.

Il prodotto è venduto a £ 10.000 al pezzo.

Determinare quale procedimento è più conveniente in base al criterio del valore medio, conoscendo la distribuzione di probabilità delle vendite di 100, 200, 300, 400, 500, 600 pezzi:

Pezzi venduti	100	200	300	400	500	600
Probabilità	0,10	0,25	0,30	0,20	0,10	0,05

- ★ **33** Per la produzione di un bene un'impresa può utilizzare la macchina A o la macchina B. La macchina A richiede una spesa mensile di manutenzione e ammortamento di £ 500.000 e un costo di £ 2.000 per ogni pezzo prodotto.

La macchina B richiede una spesa mensile di manutenzione e ammortamento di £ 660.000 e un costo di £ 1.800 per ogni pezzo prodotto.

Il prezzo di vendita di ogni pezzo prodotto è di £ 3.500.

In base a esperienze precedenti si valutano le seguenti probabilità di vendita mensile relativamente al numero dei pezzi:

N. pezzi	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
Probabilità	0,10	0,15	0,20	0,25	0,12	0,10	0,05	0,02	0,01

Applicando il criterio del valore medio determinare quale delle due macchine conviene utilizzare.

- ★ **34** Un imprenditore vende una merce a 1.500 £/kg. Per la lavorazione può seguire due procedimenti i cui costi sono, rispettivamente:

a) 300 £/kg e una spesa fissa di £ 1.000.000;

b) 500 £/kg e una spesa supplementare pari al 20% del quadrato dei chilogrammi venduti.

Per le vendite si prevede la seguente distribuzione di probabilità:

Quantità venduta (in kg)	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000
Probabilità	0,05	0,15	0,20	0,30	0,25	0,05

Determinare in base al criterio del valore medio il procedimento più conveniente.

- 35** Un automobilista deve decidere se stipulare una polizza di assicurazione per furto e incendio con perdita totale della sua autovettura del valore di £ 12.000.000.

Se contrae l'assicurazione deve pagare il premio di £ 600.000.

Effettuare la scelta applicando il criterio del valore medio nell'ipotesi che la probabilità di furto e di incendio sia del 20%.

Ripetere la scelta nel caso che la probabilità di furto e di incendio sia del 5%.

- 36** La tabella dei ricavi di un'operazione finanziaria, che comporta la scelta fra tre alternative, è la seguente:

Eventi \ Alternative	A	B	C
	E_1	100	30
E_2	40	120	90

Indicate le probabilità $P(E_1) = p$ e $P(E_2) = 1 - p$, studiare come varia il valore medio delle tre alternative al variare di p .

Rappresentare graficamente il valore medio e determinare quale alternativa è più conveniente secondo i valori di p .

- 37** Un'impresa vuole effettuare un investimento e deve decidere fra due programmi A e B di sviluppo della produzione. Si stimano possibili i seguenti utili (in milioni di lire) con le rispettive probabilità:

Programma A	
Utile annuo	Probabilità
30	0,20
35	0,40
37	0,25
40	0,15

Programma B	
Utile annuo	Probabilità
18	0,15
25	0,25
35	0,45
50	0,15

Per quale programma conviene fare l'investimento in base al criterio del valore medio?

- 38** Effettuare la scelta dell'investimento più conveniente con i dati dell'esercizio n. 30, tenendo conto che si è disposti a sopportare un rischio se lo scarto quadratico medio non è superiore a $\frac{1}{5}$ del valore medio.

- 39** La tabella dei guadagni (in milioni di lire), relativa a tre possibili investimenti dipendenti da cinque eventi aleatori dei quali è nota la probabilità, è la seguente:

Eventi \ Alternative	A_1	A_2	A_3	Probabilità
	E_1	-10	2	
E_2	16	-6	5	0,25
E_3	0	5	4	0,35
E_4	-2	3	-1	0,20
E_5	8	4	8	0,10

Determinare la scelta più conveniente applicando il criterio del valore medio e tenendo conto che un rischio è giudicato sopportabile se lo scarto quadratico medio relativo è non superiore al valore medio.

- 40** In u
si c

E

Do

de
a)
b)

- 41** Un
pe
GI

E

In
a)

b)

c)

- 42** Co
St
pe

- ★ **43** Un

PU
A:
B:
C:
D:
a)

- 40** In un'operazione di investimento piuttosto rischiosa gli utili netti di tre alternative espressi dalla tabella dipendono dal verificarsi di eventi aleatori:

Alternative \ Eventi	Alternative		
	A	B	C
E_1	- 5	-2	0
E_2	0	1	1
E_3	6	3	2
E_4	12	4	3

Dopo aver assegnato agli eventi le seguenti probabilità:

Eventi	E_1	E_2	E_3	E_4
Probabilità	0,1	0,3	0,4	0,2

determinare la scelta più conveniente se:

- si applica il criterio del maximin;
- si applica il criterio del valore medio.

- 41** Una persona deve scegliere una fra le tre alternative di un'operazione finanziaria dipendente da eventi aleatori.

Gli utili, per ogni alternativa, sono indicati nella seguente tabella:

Alternative \ Eventi	Alternative		
	A	B	C
E_1	20	25	40
E_2	50	25	30

Indicare l'alternativa più conveniente nel caso che si applichi:

- il criterio del valore medio assegnando le probabilità:
 $P(E_1) = 0,8$, $P(E_2) = 0,2$;
- il criterio del valore medio assegnando le probabilità:
 $P(E_1) = 0,1$, $P(E_2) = 0,9$;
- il criterio del maximin.

- 42** Con le alternative del problema precedente si indichi: $P(E_1) = p$ e $P(E_2) = 1 - p$. Studiare, al variare di p , le funzioni del valore medio, rappresentarle graficamente per $0 \leq p \leq 1$ e determinare quale alternativa è più conveniente secondo il valore di p .

- * **43** Un'impresa produce un articolo che vende a £ 4.000 al pezzo.

Può servirsi di tre processi produttivi i cui costi sono:

A: £ 2.000 al pezzo e una spesa fissa di £ 600.000;

B: £ 2.500 al pezzo e una spesa fissa di £ 300.000;

C: £ 3.250 al pezzo, senza spese fisse.

Determinare:

- quale processo è più conveniente secondo le quantità prodotte comprese tra 100 e 1.000, se si suppone che tutti i pezzi prodotti siano venduti (scelta in condizione di certezza);

- b) quale processo è più conveniente se, in assenza di informazioni, si applica il criterio del maximin assegnando a x i valori 100, 200, 300, ..., 1.000;
 c) quale processo è più conveniente se si conosce la seguente distribuzione di probabilità delle vendite e si applica il criterio del valore medio:

N. pezzi	100	200	300	400	500	600
Probabilità	0,05	0,10	0,12	0,20	0,25	0,10

N. pezzi	700	800	900	1.000
Probabilità	0,08	0,05	0,03	0,02

- 44** A una corsa di cavalli si può scommettere pagando £ 2.000 a fondo perduto e si può scegliere fra due possibilità:

- a) vincere £ 10.000 se arriva primo il cavallo A;
 b) vincere £ 6.000 se arriva primo il cavallo B.

Sapendo che lo scommettitore valuta del 30% la probabilità che arrivi primo A e del 40% la probabilità che arrivi primo B, determinare quale scelta è più conveniente fra le seguenti alternative: scommettere su A, scommettere su B, non effettuare alcuna scommessa.

Applicare prima il criterio del valore medio, poi il criterio del maximin.

- ★ **45** Un negoziante di articoli sportivi deve decidere se acquistare una fornitura di 300 o una fornitura di 500 paia di sci a un costo di £ 50.000. Il prezzo di vendita è di £ 80.000 e gli sci invenduti sono ceduti alla fine della stagione per £ 40.000. Le richieste annue di sci sono variabili e da esperienze precedenti si è costruita la seguente tabella delle quantità vendute con le relative probabilità:

N. paia di sci vendute	100	200	300	400	500	600	700	800
Probabilità	0,02	0,15	0,27	0,25	0,15	0,10	0,04	0,02

Determinare la decisione più conveniente mediante:

- a) il criterio del maximin;
 b) il criterio del valore medio;
 c) il criterio del valore medio, nell'ipotesi che il negoziante non voglia sopportare un rischio, misurato dallo scarto quadratico medio, superiore a $\frac{1}{3}$ del valore medio.

- ★ **46** Un giornalista deve decidere l'acquisto di alcune copie di una rivista che gli costa £ 6.000 la copia. Il prezzo di vendita è di £ 10.000 la copia e dalle copie invendute si possono ricavare £ 2.000 ciascuna.

Da esperienze precedenti valuta le seguenti probabilità di vendita:

N. copie	2	3	4	5	6	7	8
Probabilità	0,10	0,15	0,30	0,20	0,10	0,10	0,05

Determinare quante copie gli conviene acquistare applicando il criterio del valore medio. Se si applica il criterio del maximin qual è la scelta più conveniente?

- * **47** Un fruttivendolo acquista delle fragole a £ 1.500 al cestino e le vende a £ 2.500 al cestino; sui cestini invenduti può realizzare £ 1.000 il giorno successivo. Le probabilità di vendita sono indicate dalla seguente tabella:

N. cestini	50	100	150	200	250
Probabilità	0,15	0,20	0,40	0,15	0,10

Determinare quanti cestini dovrà acquistare in base al criterio del valore medio. Ripetere la scelta applicando il criterio del maximin.

- 48** Un'impresa deve effettuare la scelta di un programma di sviluppo fra 4 alternative dipendenti da 5 eventi. Gli utili (in milioni) sono rappresentati nella seguente tabella:

	Alternative	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
Eventi					
	E ₁	-6	3	4	-3
	E ₂	2	-2	6	0
	E ₃	10	6	-5	8
	E ₄	12	10	8	10
	E ₅	20	12	15	16

Si chiede di determinare la scelta più conveniente nei seguenti casi:

- a) in assenza di informazioni applicando il criterio del maximin;
 b) se si stimano le seguenti probabilità dei vari eventi:
 $P(E_1) = 0,10$ $P(E_2) = 0,25$ $P(E_3) = 0,30$ $P(E_4) = 0,20$ $P(E_5) = 0,15$
 applicando il criterio del valore medio e considerando un rischio sopportabile se lo scarto quadratico medio non supera il valore medio;
 c) se si stimano le seguenti probabilità degli eventi:
 $P'(E_1) = 0,35$ $P'(E_2) = 0,20$ $P'(E_3) = 0,20$ $P'(E_4) = 0,15$ $P'(E_5) = 0,10$
 applicando il criterio del valore medio e considerando lo stesso rischio accettabile del caso b).
 Confrontare e giustificare la diversità dei risultati ottenuti in b) e c).

- 49** Una macchina in ogni ciclo di produzione fabbrica 400 pezzi di un certo prodotto. Da esperienze passate si è rilevato che il numero dei pezzi difettosi prodotti in ogni ciclo è una variabile casuale che può assumere i valori 4, 10, 20, 40. I pezzi difettosi devono essere rifatti con un costo di £ 10.000 per ogni pezzo. C'è la possibilità di registrare e ricontrollare accuratamente la macchina prima di iniziare ogni ciclo di lavorazione con un costo di £ 200.000. Si chiede di effettuare una scelta razionale fra le seguenti due alternative:
 A: non fare la registrazione e quindi rifare i pezzi eventualmente difettosi;
 B: fare la registrazione;
 nei seguenti casi:
 a) non si hanno informazioni sulla frequenza dei pezzi difettosi in ogni ciclo;
 b) da esperienza passata si è rilevata la frequenza dei pezzi difettosi in ogni ciclo, che può essere assunta come probabilità statistica, data dalla seguente tabella:

N. pezzi difettosi	4	10	20	40
Probabilità	0,40	0,25	0,20	0,15

- 50** In un progetto di sviluppo aziendale si possono scegliere due programmi che comportano i seguenti incrementi degli utili (in milioni) dipendenti da eventi aleatori dati nella seguente tabella:

Eventi	Utili	
	A	B
E_1	-5	0
E_2	10	8
E_3	18	10
E_4	22	12

Determinare quale scelta è più conveniente nei seguenti casi:

- la persona che deve effettuare la scelta è pessimista;
 - la persona che deve effettuare la scelta assegna una distribuzione di probabilità agli eventi in modo prudentiale;
 - la persona che deve effettuare la scelta ama il rischio.
- Nei casi b) e c) si indichino delle probabilità soggettive opportune e si applichi il criterio del valore medio.

PROBLEMI SULLE SCORTE

- 51** Un'industria consuma q 240 di materia prima al mese. Ogni ordinazione comporta una spesa fissa di £ 50.000 e le spese di magazzinaggio ammontano a £ 20.000 al quintale all'anno. La merce è depositata in un magazzino che ha la capacità di 150 q . Determinare la quantità che conviene ordinare ogni volta per rendere minima la spesa complessiva annua per ordinazioni e magazzinaggio, il numero di ordinazioni occorrenti all'anno e la loro periodicità. Se la capacità del magazzino fosse di q 90, si modificherebbe la scelta?
- 52** Un commerciante ha una vendita media annua di kg 18.000 di una merce che costa £ 2.000 al kg. Per ogni ordinazione sostiene una spesa fissa di £ 20.000. Le spese annue di magazzinaggio sono pari al 9% del valore della scorta media. Determinare la dimensione ottima di ogni ordinazione, il numero di ordinazioni occorrenti all'anno e la loro periodicità.
- 53** Un commerciante all'ingrosso di pasta alimentare ha una vendita settimanale costante di 10 q di pasta. Le spese fisse per ogni ordinazione sono di £ 20.000 e le spese annue per magazzinaggio sono di £ 130 per ogni kg di pasta. Il magazzino ha la capacità di 50 q . Determinare quanti kg di pasta deve ordinare ogni volta per rendere minima la spesa annua per ordinazioni e magazzinaggio e determinare il corrispondente numero di ordinazioni da effettuare in un anno.
- 54** Un'industria necessita annualmente di q 480 di materia prima. Le spese fisse per ogni ordinazione sono di £ 10.000 e le spese per il magazzinaggio sono di £ 2.000 al quintale al mese. Il costo della materia prima è di £ 10.000 al quintale con uno sconto del 5% se l'ordinazione è almeno di 40 quintali. Determinare la dimensione ottima di ogni ordinazione, nell'ipotesi che la capacità del magazzino sia di q 50. E se la capacità fosse di q 35?

- 55** Un'impresa ha una vendita uniforme di un suo bene che viene prodotto in cicli periodici e depositato in magazzino. Per ogni ciclo di produzione deve sostenere una spesa fissa di £ 240.000 e le spese di magazzinaggio sono di £ 1.000 per ogni unità all'anno. Determinare la quantità che conviene produrre in ogni ciclo di lavorazione, sapendo che in un anno sono richieste 12.000 unità del bene.
(Indicata con x la quantità da produrre in ogni ciclo, il numero di cicli all'anno è $\frac{12.000}{x}$.)

ESERCITAZIONI DI LABORATORIO

- 1** Stendere un programma per la ricerca del massimo utile che si può conseguire dalla produzione e vendita di un bene economico e per la ricerca dei limiti di produzione per cui l'utile risulta non negativo.
Il programma, assegnata in input la funzione $y = f(x)$ dell'utile, determina, mediante i metodi dell'analisi numerica, il massimo della funzione e fornisce in output l'ascissa del massimo, l'intervallo di utile positivo e la rappresentazione grafica.
- 2** Stendere un programma che, assegnata in input la funzione del costo unitario, ricerca il minimo costo unitario e fornisce in output l'ascissa del minimo e il corrispondente valore del costo unitario.
Prevedere pure l'utilizzazione di questo programma per la risoluzione del problema delle scorte.
- 3** Preparare un programma che permetta la scelta della migliore fra due o più alternative, sia in caso di guadagno sia in caso di spesa.
Assegnate in input le funzioni definite in un certo intervallo, il programma deve fornire in output la rappresentazione grafica e gli intervalli della variabile con la scelta dell'alternativa migliore.
- 4** Predisporre un programma per la scelta fra due o più alternative in caso di problema con effetti dipendenti da eventi aleatori.
Assegnate in input le funzioni, il programma deve fornire in output la matrice dei risultati e indicare la migliore alternativa, sia applicando il criterio del valore medio, sia applicando il criterio del maximin.

Risposte agli esercizi sui problemi di decisione

- 1** Minima quantità 1.500 unità; massimo utile £ 136.000.000 per 10.000 unità.
- 2** Il problema è nel discreto e indicato con x il numero di scatole, la funzione del guadagno risulta:
$$y = 3.600x - 4.000.000 \quad x \leq 4.000$$
Tenendo conto che x è un numero intero si ricava che il numero minimo di scatole da confezionare e vendere per non essere in perdita è 1.112; si ha il massimo guadagno di £ 10.400.000 con 4.000 scatole (ossia con kg 800 di cioccolatini).
- 3** Massimo utile £ 6.200.000 con 18.000 unità.
Limiti di produzione [6.865, 25.000].
- 4** Massimo guadagno di £ 170.000.000 per una produzione di 30.000 camicie. Minima produzione per non essere in perdita: 7.397 camicie.
- 5** No. Il massimo guadagno si avrebbe per la produzione di 37.500 camicie e sarebbe di £ 161.250.000, inferiore a quello ottenuto con le risorse precedenti.
- 6** Massimo utile £ 85.000.000 per una produzione mensile di 12.500 q.
Non conviene sfruttare la capacità massima produttiva, in quanto l'utile netto per 18.000 quintali sarebbe di £ 60.800.000.
- 7** Il costo unitario minimo di £ 44.000 si ha per una produzione di 1.500 borse. La funzione del guadagno è data da:
$$y = -10x^2 + 60.000x - 24.000.000$$
e il massimo guadagno di £ 66.000.000 si ha per la vendita di 3.000 borse al prezzo di £ 74.000.
- 8** Limiti di produzione per non essere in perdita: [4.458 , 28.042].
Massimo ricavo per $x = 40.000$.
Massimo guadagno di £ 55.625.000 per $x = 16.250$.
- 9** Ricavo massimo per $x = 50.000$.
Massimo guadagno di £ 100.625.000 per $x = 21.250$.
Sì.



10 Conviene acquistare kg 625 (di cui stima di venderne kg 500) con un guadagno di £ 300.000.

11 La funzione del guadagno, che si rappresenta con due segmenti consecutivi, è:

$$y = \begin{cases} 4.000x - 2.000.000 & \text{per } 0 \leq x \leq 1.000 \\ 4.200x - 2.200.000 & \text{per } 1.000 < x \leq 1.500 \end{cases}$$

Il massimo guadagno di £ 4.100.000 si ha per una produzione di 1.500 pezzi.

12 La funzione del guadagno risulta:

$$y = \begin{cases} -0,1x^2 + 1.000x - 1.000.000 & \text{per } 0 \leq x \leq 3.000 \\ -0,1x^2 + 1.100x - 1.300.000 & \text{per } 3.000 < x \leq 5.000 \\ -0,1x^2 + 1.200x - 1.800.000 & \text{per } x > 5.000 \end{cases}$$

Si rappresenta con tre archi di parabola consecutivi.

Il profitto massimo di £ 1.800.000 si ottiene con una vendita di 6.000 pezzi.

13 Massimo utile £ 23.900.000 per 34.000 pezzi.

14 La funzione del costo totale è continua e formata da due segmenti. La funzione del costo unitario è continua e formata da due archi di iperbole equilatera decrescenti.

Minimo costo unitario per una produzione di 1.600 kg con un costo unitario di £ 9.700.

15 Il numero massimo di operai occorrenti è 9. Minima spesa £ 2.530.000 con 5 operai.

16 Utile massimo £ 500.000, con 6 lotti.

17 Numero 4 trasmissioni; utile £ 88.000.000.

18 Legge della domanda: $x = 15.200 - 4p$; utile massimo di £ 4.240.000 per $p = 2.200$.

19 a) $x = 1.110 - 6p$; massimo utile per $p = 110$;

b) $x = \frac{48.156}{p}$; non esiste il massimo utile.

20 Massimo utile di £ 288.000 per $p = 160$ e $x = 4.800$.

21 a) $x = 200$; costo unitario = 29.950 (£);
b) $x = 252$, utile = 1.175.200 (£).

22 Conviene la tariffa a) per consumi previsti minori o uguali a 1.750 kwh, la b) per consumi maggiori o uguali a 1.750 kwh.

- 23** Non conviene produrre per $x < 50$;
conviene a) per $50 \leq x \leq 100$ e b) per $x \geq 100$.
- 24** Conviene c) per $x \leq 40$, a) per $40 \leq x \leq 80$, b) per $x \geq 80$.
- 25** Per $0 \leq x \leq 1.000$ conviene l'offerta c); per $1.000 \leq x \leq 2.000$ conviene l'offerta b); per $x \geq 2.000$ conviene l'offerta a).
- 26** Conviene a) per $x \leq 506$, b) per $506 \leq x \leq 1.000$.
- 27** Conviene a) per $661,5 \leq x \leq 6.000$, b) per $6.000 \leq x \leq 10.000$.
- 28** Per $x < 595$ non conviene produrre; per $595 \leq x \leq 3.558$ conviene la prima situazione; per $3.558 \leq x \leq 9.542$ conviene effettuare il miglioramento.
Nella prima situazione il massimo guadagno di £ 3.050.000 si ha per $x = 4.500$ (kg); nella seconda situazione il massimo guadagno di £ 5.161.000 si ha per $x = 5.950$ (kg).
- 29** Per $x \leq 133$ cappotti non conviene iniziare la produzione; per $134 \leq x \leq 500$ cappotti conviene il primo modello; per $500 \leq x \leq 2.500$ cappotti conviene il secondo modello; per $x \geq 2.500$ cappotti conviene il primo modello.
- 30** $M(A) = 18,4$ (milioni), $M(B) = 19,7$ (milioni). È più conveniente l'alternativa B.
- 31** $M(A) = 16,6$ (milioni), $M(B) = 15,2$ (milioni). Con questa distribuzione di probabilità è più conveniente l'alternativa A.
- 32** $M(A) = 1.010.000$; $M(B) = 940.000$; $M(C) = 930.000$; conviene A.
- 33** Essendo $M(A) = 640.000$ ed $M(B) = 632.000$, conviene la macchina A.
- 34** Conviene il procedimento b).
- 35** Se la probabilità di furto è del 20% conviene stipulare l'assicurazione. Se la probabilità è del 5% è indifferente la scelta.
- 36** Si ha $M(A) = 60p + 40$, $M(B) = 120 - 90p$, $M(C) = 90 - 20p$.
Se è $0 \leq p \leq \frac{3}{7}$ conviene B, se $\frac{3}{7} \leq p \leq \frac{5}{8}$ conviene C, se $\frac{5}{8} \leq p \leq 1$ conviene A.
- 37** $M(A) = 35,25$ (milioni di lire) ; $M(B) = 32,2$ (milioni di lire). Conviene A.
- 38** Essendo $\sigma(A) = 2,375 < 3,64$ e $\sigma(B) = 5,011 > 3,94$, l'alternativa B si rifiuta perché troppo rischiosa. Quindi se si tiene conto del rischio si sceglie l'alternativa A.
- 39** $M(A_1) = 3,4$, $M(A_2) = 1,45$, $M(A_3) = 3,15$.
Essendo $\sigma(A_1) = 8,345 > M(A_1)$, $\sigma(A_2) = 4,410 > M(A_2)$, $\sigma(A_3) = 2,937 < M(A_3)$: si sceglie l'investimento A_3 .

- 40** a) Con il criterio del maximin si sceglie l'alternativa C;
 b) con il criterio del valore medio, essendo $M(A) = 4,3$, $M(B) = 2,1$, $M(C) = 1,7$, si sceglie l'alternativa A.
- 41** a) $M(A) = 26$, $M(B) = 25$, $M(C) = 38$, quindi conviene C;
 b) $M(A) = 47$, $M(B) = 25$, $M(C) = 31$, quindi conviene A;
 c) conviene C.
- 42** Le funzioni sono $M(A) = 50 - 30 p$, $M(B) = 25$, $M(C) = 10 p + 30$ e si rappresentano con tre segmenti.
 Dal grafico si deduce che conviene A per $0 \leq p \leq \frac{1}{2}$, conviene C per $\frac{1}{2} \leq p \leq 1$, non è mai conveniente l'alternativa B.
- 43** a) In condizioni di certezza per $100 \leq x \leq 400$ conviene il processo C;
 per $400 \leq x \leq 600$ conviene B; per $600 \leq x \leq 1.000$ conviene A.
 b) Conviene C.
 c) Essendo $M(A) = 338.000$, $M(B) = 403.500$; $M(C) = 351.750$, conviene B.
- 44** Con il criterio del valore medio conviene scommettere su A; con il criterio del maximin conviene non effettuare alcuna scommessa.
- 45** a) Conviene acquistare 300 paia di sci.
 b) Essendo $M(A) = 8.240.000$ e $M(B) = 9.720.000$, conviene acquistare 500 paia di sci.
 c) Essendo $\sigma(A) = 1.761.363 < 2.746.667$ e $\sigma(B) = 4.485.711 > 3.240.000$, conviene acquistare 300 paia di sci.
- 46** Con il criterio del valore medio conviene acquistare 4 copie;
 con il criterio del maximin conviene acquistare 2 copie.
- 47** Con il criterio del valore medio conviene acquistare 150 cestini;
 con il criterio del maximin conviene acquistare 50 cestini.
- 48** a) In assenza di informazioni si sceglie A_2 .
 b) Si sceglie A_1 anche se è la più rischiosa, ma il rischio è accettabile.
 c) Si sceglie A_2 .
 La diversità dei risultati dipende dalla distribuzione di probabilità assegnata agli eventi.
- 49** a) Non avendo informazioni si applica il criterio del minimax (trattandosi di un costo) e si deduce che conviene l'alternativa B.
 b) Si applica il criterio del valore medio e si ottiene che conviene l'alternativa A.
- 50** a) La scelta del pessimista si effettua applicando il criterio del maximin, quindi il pessimista sceglie l'alternativa B.
 b) e c) La scelta dipende dalla distribuzione di probabilità assegnata agli eventi aleatori.
- 51** Quintali 120 per ordinazione; numero ordinazioni occorrenti 24, con periodicità di una ordinazione ogni 15 giorni.
 Se la capacità del magazzino è di 90 (q), dimensione di ogni ordinazione 90 (q), numero ordinazioni 32 all'anno.

- 52** kg. 2.000 per ordinazione; numero ordinazioni 9; periodicità: una ordinazione ogni 40 giorni.
- 53** Quintali 40 per ogni ordinazione; numero di ordinazioni occorrenti 13, con periodicità di una ordinazione ogni 4 settimane.
- 54** Se $c = 50$ (q), dimensione ottima q 40;
se $c = 35$ (q), dimensione ottima q 20.
- 55** In ogni ciclo di lavorazione 2.400 unità; in un anno 5 cicli.

RIC

Medi
varia

1

2

3

4

5

6

Mediar

7

9

11

13

RICHIAMI SU DISEQUAZIONI E SISTEMI DI DISEQUAZIONI

Mediante la rappresentazione grafica risolvere le seguenti disequazioni di 1° grado in due variabili.

1 $x_2 > 2x_1 - 3$

$x_2 \leq 2 - x_1$

2 $x_2 \geq 2$

$x_2 > -x_1 - 4$

3 $2x_1 + x_2 - 3 > 0$

$x_1 - 2x_2 + 6 < 0$

4 $x_2 - x_1 \leq 1$

$x_1 \leq 4$

5 $3 - x_1 - x_2 \geq 0$

$2x_1 - 4 > x_2$

6 $x_1 - x_2 > 3$

$2x_1 - 1 < x_2$

Mediante la rappresentazione grafica risolvere i seguenti sistemi di 1° grado in due variabili.

7
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

8
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

9
$$\begin{cases} 2 \leq x_1 \leq 5 \\ 0 \leq x_2 \leq 6 \end{cases}$$

10
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ 1 \leq x_1 \leq 8 \end{cases}$$

11
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

12
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

13
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

14
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 \leq 9 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$15 \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$16 \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 5 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$17 \begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq x_2 \\ x_1 \leq 7 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$18 \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$19 \begin{cases} x_1 + x_2 - 20 \geq 0 \\ 2x_1 - x_2 + 40 \geq 0 \\ x_1 - x_2 + 20 \leq 0 \\ 2x_1 + x_2 - 80 \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$20 \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 100 \\ x_2 - x_1 \leq 10 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 120 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Determinare i massimi e i minimi delle seguenti funzioni vincolate.

$$21 \quad z = 2x_1 + 4x_2 \\ \text{con il vincolo: } x_1 + x_2 = 8 \quad 2 \leq x_1 \leq 5$$

$$22 \quad z = 3x_1 - 2x_2 + 10 \\ \text{con il vincolo: } 2x_1 + 3x_2 = 2 \quad 0 \leq x_1 \leq 4$$

$$23 \quad z = 10x_1 + 16x_2 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$24 \quad z = 6x_1 - 2x_2 + 20 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$25 \quad z = 8x_1 + 5x_2 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$26 \quad z = 10x_1 + 16x_2 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 4x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$27 \quad z = 10x_1 + 15x_2 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$28 \quad z = 15x_1 + 8x_2 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ 2x_2 - x_1 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$29 \quad z = -8x_1 + 10x_2 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$30 \quad z = 4x_2 - 6x_1 \\ \text{con i vincoli:} \\ \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ x_2 - x_1 \leq 5 \\ x_2 \geq 3 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{31} \quad z = 24x_1 + 12x_2 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ 2x_2 - 3x_1 \leq 12 \\ x_1 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \quad ; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{32} \quad z = 20x_1 + 30x_2 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} \frac{x_1}{15} + \frac{x_2}{10} \leq 1 \\ 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \\ 3 \leq x_1 \leq 10 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{33} \quad z = 12x_1 + 8x_2 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} \frac{x_1}{5} + \frac{x_2}{10} \geq 1 \\ x_2 - x_1 \leq 4 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 0 \quad ; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{34} \quad z = 4x_1 - 10x_2 + 5 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 4 \\ x_1 + \frac{x_2}{2} \leq 3 \\ x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0 \quad , \quad x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{35} \quad z = 20.300 - 150x_1 + 30x_2 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} 40x_1 - 60x_2 \leq 1.200 \\ 20x_1 + 10x_2 \geq 1.400 \\ x_2 \leq 4x_1 \\ x_2 \geq 40 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{36} \quad z = 2.000x_1 - 1.000x_2 + 200.000 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} 10x_1 + 8x_2 \leq 8.360 \\ 2x_2 - 4x_1 \leq 400 \\ 6x_1 - 3x_2 \leq 3.300 \\ x_1 \geq 100 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{37} \quad z = x_1 + 2x_2 - x_3 + 4 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \\ x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{38} \quad z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\
 & \text{con i vincoli:} \\
 & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_3 \leq 4 \\ x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \end{cases}
 \end{aligned}$$

39 Assegnato il seguente problema di P.L.:

$$z = ax_1 + 2x_2 \quad (\text{massimizzare})$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

determinare il parametro a in modo che il massimo si abbia nel vertice $(4, 0)$.

40 Assegnato il seguente problema di P.L.:

$$z = 5x_1 + ax_2 \quad (\text{minimizzare})$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ -x_1 + x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

determinare il parametro a in modo che il minimo si abbia nel vertice $(1, 3)$.

PROGRAMMAZIONE LINEARE: METODO GRAFICO

- 41** Un'industria fabbrica due prodotti P_1 e P_2 utilizzando due materie prime A e B. Per ogni unità di P_1 occorrono kg 10 di A e kg 12 di B; per ogni unità di P_2 occorrono kg 15 di A e kg 8 di B. Per un certo periodo di lavorazione l'industria dispone di q 60 di A e q 48 di B.
Sapendo che l'utile unitario del prodotto P_1 è di £ 1.000 e del prodotto P_2 è di £ 800, determinare la combinazione produttiva più conveniente.
- 42** Un'impresa fabbrica due prodotti P_1 e P_2 utilizzando una stessa materia prima che costa £ 3.000 al kg. Per la produzione di P_1 occorrono 2 kg di materia prima, per la produzione di P_2 occorrono 3 kg di materia prima. L'impresa, per un dato ciclo di lavorazione, dispone di q 24 di materia prima.
Tenendo conto che i costi per la lavorazione dei due prodotti sono eguali, determinare come l'impresa deve programmare la produzione per massimizzare l'utile, se i prezzi di vendita sono di £ 10.000 per il primo prodotto e di £ 14.000 per il secondo.
- 43** Un autotrasportatore possiede un automezzo che ha la portata massima di q 36 e la capacità di m³ 45 e può trasportare due tipi A e B di merce. La merce A occupa m³ 0,9 per quintale, la merce B occupa m³ 1,5 per quintale.
Sapendo che dal trasporto della merce A l'autotrasportatore ricava un utile di £ 6.000 al quintale, da quello della merce B un utile di £ 8.000 al quintale e che inoltre deve trasportare almeno 10 quintali di A, determinare la ripartizione del carico che gli consente il massimo utile.
- 44** Con i vincoli del problema precedente, determinare la composizione del carico che consente il massimo utile, se gli utili unitari del trasporto delle due merci sono, rispettivamente, di £ 6.000 per A e di £ 10.000 per B.
- 45** Un negoziante di mobili intende acquistare due tipi di sedie da cucina e non vuole spendere più di £ 3.500.000. Ogni sedia del primo tipo costa £ 10.000 e può essere rivenduta a £ 30.000, ogni sedia del secondo tipo costa £ 15.000 e può essere rivenduta a £ 40.000.
Sapendo che la richiesta delle sedie del primo tipo è almeno doppia della richiesta delle sedie del secondo tipo, determinare quante sedie di ogni tipo il negoziante dovrà acquistare per massimizzare il guadagno.
- 46** Un imprenditore vuole programmare la produzione di due beni A e B utilizzando due macchine M_1 e M_2 , che possono lavorare settimanalmente per 40 ore.
Per produrre un'unità di A occorrono 40 minuti di lavoro di M_1 e 30 minuti di lavoro di M_2 , per produrre un'unità di B occorrono 30 minuti di lavoro di M_1 e 60 minuti di lavoro di M_2 .
Per esigenze di produzione, ogni settimana devono essere prodotte complessivamente almeno 50 unità.
Sapendo che il costo di produzione di ogni unità di A è di £ 1.000 e di ogni unità di B è di £ 1.200, determinare la combinazione produttiva di minimo costo complessivo.
- 47** Con i vincoli del problema precedente, determinare la produzione che consente il minimo costo, se il costo unitario di A è di £ 2.000 e il costo unitario di B è di £ 1.500.

- 48** Un'industria ha in lavorazione due prodotti P_1 e P_2 .
Per ogni unità di P_1 occorrono due ore di lavoro di macchina e due ore e mezzo di lavoro manuale; per ogni unità di P_2 occorrono un'ora di lavoro di macchina e tre ore di lavoro manuale.

Ogni ora di lavoro di macchina costa £ 8.000 e ogni ora di lavoro manuale £ 6.000.
Per un dato periodo di lavorazione sono a disposizione 400 ore di macchina e 600 ore di lavoro manuale.

Sapendo che per richiesta di mercato le quantità del prodotto P_1 non devono essere inferiori a quelle del prodotto P_2 e che gli utili lordi sono rispettivamente di £ 51.000 per ogni unità di P_1 e di £ 48.000 per ogni unità di P_2 , determinare la combinazione produttiva più conveniente.

- 49** Un importatore di caffè importa mensilmente q 200 di un tipo C_1 , q 150 di un tipo C_2 e q 240 di un altro tipo C_3 e deve preparare due miscele A e B così composte:
— ogni kg di miscela A contiene kg 0,4 di C_1 , kg 0,3 di C_2 e kg 0,3 di C_3 ;
— ogni kg di miscela B contiene kg 0,2 di C_1 , kg 0,3 di C_2 e kg 0,5 di C_3 .
Sapendo che l'utile per kg della miscela A è di £ 1.500 e della miscela B è di £ 2.500, determinare quanti kg di A e quanti di B dovrà preparare per avere il massimo utile.

- 50** Un allevatore vuole ottenere una razione alimentare per bestiame dalla miscela di due prodotti P e Q in commercio che rispetto a tre caratteristiche nutritive sono così composti:

— ogni kg di P contiene kg 0,4 della caratteristica A e kg 0,3 della caratteristica C;
— ogni kg di Q contiene kg 0,3 di A, kg 0,4 di B e kg 0,3 di C.

Sapendo che per una corretta alimentazione occorrono giornalmente almeno kg 2 di A, kg 1 di B e kg 2,4 di C e che il costo del prodotto P è di £ 300 il kg e il costo del prodotto Q è di £ 500 il kg, determinare quanti kg di P e di Q dovrà miscelare per ottenere una razione giornaliera di minimo costo.

- 51** Un panificio a conduzione familiare produce due tipi di pane: normale e speciale. Per produrre 10 kg di pane di tipo normale occorrono 4 minuti di lavoro della macchina impastatrice e 3 minuti di lavoro manuale, mentre per produrre 10 kg di pane di tipo speciale occorrono 3 minuti di lavoro della macchina e 6 minuti di lavoro manuale. In ogni giornata sono disponibili, al massimo, due ore di lavoro della macchina e tre ore e mezzo di lavoro manuale. Per richieste del mercato la quantità di pane di tipo speciale deve essere almeno doppia di quella di tipo normale.

Dalla vendita, dedotte le spese per materia prima, lavoro e varie, si ha un utile netto di £ 500 il kg per il pane di tipo normale e di £ 700 il kg per il pane di tipo speciale. Determinare quanti chilogrammi di pane di ciascun tipo è più conveniente produrre. Tenendo fisso l'utile ricavato dal tipo di pane normale, quale dovrebbe essere l'utile al kg ricavato dalla vendita del pane di tipo speciale perché sia più conveniente produrre solo pane di tipo speciale?

- 52** Un'impresa deve produrre mensilmente 200 unità di un bene per soddisfare la richiesta di un cliente. Per la produzione può servirsi di due macchine M_1 e M_2 che producono lo stesso bene con lo stesso costo, ma impiegano tempi diversi e, precisamente, la macchina M_1 impiega 3 ore per produrre ogni unità del bene, mentre la macchina M_2 impiega 2 ore per ogni unità del bene.

In un mese la macchina M_1 è disponibile, al massimo, per 450 ore e la macchina M_2 per 260 ore.

Determinare quante unità del bene devono essere prodotte da ciascuna macchina per minimizzare il tempo totale di lavorazione.

- 53** Vogliamo acquistare obbligazioni di tipo O_1 al tasso nominale dell'8% e obbligazioni di tipo O_2 al tasso nominale del 9% con la stessa durata. Siamo disposti a investire, al massimo, £ 15.000.000.
Sul mercato le obbligazioni di tipo O_1 si trovano in quantità almeno doppia di quelle di tipo O_2 .
Determinare come deve essere effettuato l'investimento in modo che possiamo ricavare il massimo interesse annuo.

- 54** Una ditta di confezioni vuole programmare la produzione di gonne di due modelli. Per il primo modello occorrono m 0,90 di tessuto, per il secondo modello m 1,20. Per confezionare una gonna del primo modello si impiegano 20 minuti di lavoro manuale e 10 minuti di lavoro con la macchina.
Per confezionare una gonna del secondo tipo si impiegano 40 minuti di lavoro manuale e 15 minuti di lavoro con la macchina.
Dalla vendita di una gonna del primo tipo si ha un utile di £ 20.000 e dalla vendita di una gonna del secondo tipo si ha un utile di £ 30.000.
Per un dato ciclo di lavorazione la ditta dispone di m 720 di tessuto, di 300 ore di lavoro manuale e di 150 ore di lavoro con la macchina.
Determinare quante gonne di ciascun modello occorre produrre per massimizzare l'utile.

- 55** Si vuole preparare un composto ad alto contenuto vitaminico mescolando due prodotti P_1 e P_2 in commercio.
Il contenuto in vitamine di ogni ettogrammo di ciascuno dei due prodotti è dato dalla seguente tabella:

Vitamine \ Prodotti	P_1	P_2
	A	400
B	600	600
C	400	500

Per il fabbisogno settimanale il composto deve contenere almeno 3.600 unità di vitamina A, almeno 6.000 unità di vitamina B, almeno 4.800 unità di vitamina C. Il prodotto P_1 costa £ 1.500 all'ettogrammo, il prodotto P_2 costa £ 1.200 all'ettogrammo.
Determinare la combinazione di costo minore.

Tenendo fisso il prezzo all'hg del prodotto P_1 , quale dovrebbe essere il prezzo all'hg di P_2 perché sia più conveniente acquistare solo il prodotto P_2 ?

- 56** Un'impresa artigianale fabbrica un prodotto in due tipi: normale e di lusso. La materia impiegata è la stessa, i due tipi si differenziano per il processo di lavorazione. La lavorazione viene eseguita su due macchine diverse, inoltre il tipo di lusso viene rifinito a mano. I tempi di produzione, espressi in ore, sono indicati nella tabella seguente:

Risorse \ Tipi	Normale	Di lusso
	M_1	1
M_2	2	1,5
lav. manuale	0	1

L'impresa possiede 2 macchine M_1 e 3 macchine M_2 che possono lavorare ciascuna per 42 ore settimanali; inoltre la rifinitura a mano viene eseguita da un operaio specializzato che lavora per 42 ore settimanali.

Determinare come si deve predisporre la produzione settimanale per massimizzare l'utile, sapendo che dal tipo normale si ricava un utile netto unitario di £ 100.000 e dal tipo di lusso si ricava un utile netto unitario di £ 160.000.

57 Si vuole preparare una dieta alimentare che fornisca giornalmente almeno 2.400 calorie, ma non più di 4.000 e almeno g 90 di proteine, ma non più di g 150, utilizzando due alimenti A e B con le seguenti caratteristiche:

— ogni unità di A fornisce 400 calorie e contiene g 7,5 di proteine;

— ogni unità di B fornisce 200 calorie e contiene g 15 di proteine.

Sapendo che il costo unitario dell'alimento A è di £ 600 e dell'alimento B è di £ 1000, determinare le quantità di A e di B da acquistare giornalmente per rendere minima la spesa della dieta.

58 Un agricoltore possiede 24 ettari di terreno e vuole programmare la coltivazione di frumento e di mais. Può disporre di lavoro manuale al massimo per complessive 600 giornate all'anno. Per coltivare un ettaro di terreno si devono utilizzare 20 giorni all'anno per il frumento e 30 giorni all'anno per il mais. Per richieste di mercato la parte di terreno coltivata a frumento deve essere almeno di 9 ettari. Ogni ettaro di terreno coltivato a frumento dà un reddito di £ 500.000, ogni ettaro di terreno coltivato a mais dà un reddito di £ 600.000.

Come si devono distribuire le coltivazioni per massimizzare il reddito?

59 Un imprenditore edile vuole costruire su un appezzamento di terreno di m^2 7.200 alcune casette di due tipi con un piccolo giardino: un tipo di chalet unifamiliare e un tipo di villetta bifamiliare.

Per ogni chalet occorrono m^2 120 di terreno e per ogni villetta m^2 200 di terreno (compreso il giardinetto). Si deve tener conto che per le strade di collegamento e i passaggi viene utilizzato 1/12 del terreno disponibile.

Per richieste di mercato il numero degli chalet deve essere almeno doppio del numero delle villette, inoltre per impegni assunti con il Comune, l'imprenditore deve costruire almeno 24 casette. Il costo di ogni chalet è di £ 10.000.000 e di ogni villetta bifamiliare è di £ 15.000.000. Il costruttore vuole ricavare un utile netto di £ 5.000.000 da ogni chalet e di £ 9.000.000 da ogni villetta bifamiliare.

Determinare:

a) quanti chalet e quante villette si devono costruire per minimizzare i costi di costruzione;

b) quanti chalet e quante villette si devono costruire per massimizzare l'utile.

60 Un'industria ha in lavorazione due prodotti A e B con due macchine M_1 e M_2 che possono essere utilizzate indifferentemente per l'uno o l'altro prodotto; inoltre per le rifiniture si debbono impiegare operai specializzati per ciascun prodotto. In ogni giorno con la macchina M_1 si possono fare, al massimo, 100 unità di A oppure 150 di B; con la macchina M_2 al massimo 200 unità di A oppure 100 unità di B.

Gli operai che rifiniscono i prodotti A possono rifinire al massimo 80 unità al giorno, mentre gli operai che rifiniscono i prodotti B ne possono rifinire al massimo 90 unità al giorno.

Sapendo che ogni unità del prodotto A dà un utile di £ 30.000 e ogni unità di B dà un utile di £ 40.000, determinare la combinazione produttiva più conveniente.

- 61** Un orafo deve preparare 1.000 medaglie commemorative di tre tipi diversi M_1 , M_2 , M_3 con le seguenti caratteristiche:

- ogni medaglia di tipo M_1 contiene g 6 di oro e g 2 di argento;
- ogni medaglia di tipo M_2 contiene g 4 di oro e g 3 di argento;
- ogni medaglia di tipo M_3 contiene g 2 di oro e g 4 di argento.

L'orafo ha a disposizione g 4.800 di oro e g 3.500 di argento. Sapendo che da ogni medaglia di tipo M_1 ricava un utile netto di £ 20.000, da ogni medaglia di tipo M_2 un utile netto di £ 14.000, da ogni medaglia di tipo M_3 un utile netto di £ 10.000, determinare quante medaglie dovrà fabbricare dei vari tipi per avere il massimo utile.

- 62** Un agricoltore deve preparare kg 1.000 di concime chimico che contenga almeno il 30% di fosfati e almeno il 50% di nitrati. In commercio esistono tre prodotti A, B, C che, rispetto a fosfati e nitrati presentano le seguenti caratteristiche:

- ogni kg di A contiene 50% di fosfati e 20% di nitrati;
- ogni kg di B contiene 20% di fosfati e 70% di nitrati;
- ogni kg di C contiene 30% di fosfati e 40% di nitrati.

Sapendo che il costo del prodotto A è di £ 700 al kg, del prodotto B è di £ 800 al kg e il costo del prodotto C è di £ 600 al kg, determinare quale combinazione dei tre prodotti gli costerà meno.

- 63** Una ditta deve confezionare 70 abiti da donna. Può scegliere fra tre modelli A, B, C, per confezionare i quali si serve di una macchina e di due operai specializzati. I dati tecnici, per ogni abito, sono esposti nella seguente tabella:

	Modelli		
	A	B	C
macchina	30 ^m	50 ^m	40 ^m
1° operaio	10 ^m	20 ^m	15 ^m
2° operaio	—	5 ^m	25 ^m

Per un dato ciclo di lavorazione sono disponibili 45 ore di lavoro della macchina, 20 ore di lavoro del primo operaio, 10 ore di lavoro del secondo operaio.

A parità di altre condizioni, dalla vendita si ricava un utile di £ 50.000 per ogni abito del modello A, di £ 75.000 per ogni abito del modello B e di £ 80.000 per ogni abito del modello C.

Determinare la combinazione produttiva più conveniente.

- 64** Una ditta di prodotti alimentari in scatola vuole introdurre sul mercato un pacco propaganda dei suoi prodotti di tre tipi P_1 , P_2 , P_3 . Il pacco deve contenere 10 scatole, avere un peso non inferiore a kg 1,5 e un volume non superiore a 1.200 cm³.

Ogni scatola del tipo P_1 pesa g 100 e ha un volume di 50 cm³, ogni scatola di tipo P_2 pesa g 120 e ha un volume di 80 cm³, ogni scatola di tipo P_3 pesa g 200 e ha un volume di cm³ 120.

Sapendo che il prezzo di ogni scatola del tipo P_1 è di £ 500, del tipo P_2 è di £ 600, del tipo P_3 è di £ 900, determinare come deve essere formato il pacco perché il suo prezzo sia minimo.

65 Un'impresa produce uno stesso bene in tre tipi: economico, standard, di lusso. Il costo per la materia prima è lo stesso per i tre tipi, ma si differenzia per il processo di lavorazione. Per la lavorazione si utilizza una macchina, inoltre il tipo standard e il tipo di lusso sono rifiniti a mano.

La macchina può produrre settimanalmente, al massimo, 200 unità del tipo economico, oppure 150 del tipo standard, oppure 100 del tipo di lusso.

Gli operai che rifiniscono manualmente i prodotti, in una settimana, possono rifinire, al massimo, 200 unità del tipo standard, oppure 100 unità del tipo di lusso. In ogni settimana l'impresa deve produrre 120 unità di prodotto.

Il profitto ricavato è di £ 50.000 per ogni unità del prodotto di tipo economico, di £ 70.000 per ogni unità del tipo standard e di £ 100.000 per ogni unità del tipo di lusso. Determinare la combinazione produttiva più conveniente.

66 Un'impresa deve produrre in un mese 1.000 oggetti su commissione di un cliente. Può utilizzare tre macchine con gli stessi costi orari di lavorazione, ma di diversa produttività.

La macchina M_1 produce 4 oggetti all'ora, la macchina M_2 produce 3 oggetti all'ora, la macchina M_3 produce 2 oggetti all'ora. In un mese sono disponibili, al massimo, 150 ore di M_1 , 180 ore di M_2 e 240 ore di M_3 .

Determinare come deve essere suddivisa la produzione fra le macchine in modo da rendere minimo il tempo totale impiegato per la produzione.

67 Si vuole preparare una miscela alimentare per animali che contenga almeno il 22% di zuccheri e non più del 25% di grassi. In commercio sono disponibili tre prodotti P, Q, R i cui contenuti in zuccheri e grassi (in percentuale) sono riportati nella seguente tabella:

	P	Q	R
Zuccheri	10	30	25
Grassi	30	20	15

Il prezzo di P è di 1.000 £/kg, il prezzo di Q è di 1.200 £/kg e il prezzo di R è di 1.100 £/kg. Determinare in quale percentuale si devono miscelare i tre prodotti in modo che la miscela abbia il costo minimo.

68 Un'azienda agricola vuole suddividere il suo terreno coltivabile, che ha un'estensione di 30 ettari, in tre parti da coltivare a piselli, a fagiolini, a pomodori. Per la lavorazione, tenuto conto della sua forza lavorativa, può servirsi, al massimo, di 780 giornate di lavoro manuale all'anno.

Per coltivare un ettaro di terreno sono richieste in un anno 30 giornate per i piselli, 25 per i fagiolini e 20 per i pomodori. Per richieste di mercato deve almeno utilizzare 3 ettari per la coltivazione dei piselli, almeno 3 ettari per la coltivazione dei fagiolini e almeno 5 ettari per la coltivazione dei pomodori. Si stima che la produttività media sia di 35 q di piselli per ettaro, di 40 q di fagiolini per ettaro e di 250 q di pomodori per ettaro.

Da ogni quintale di piselli si ha un utile di £ 30.000, da ogni quintale di fagiolini un utile di £ 26.000, da ogni quintale di pomodori un utile di £ 4.000.

Determinare la ripartizione delle coltivazioni più conveniente in modo che il terreno sia tutto utilizzato.

95 Dato il seguente problema di P.L. determinare il problema duale e risolverli entrambi:

$$z = 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 \quad (\text{massimizzare})$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 8 \\ x_1 + 2x_3 \leq 16 \\ x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

96 Dato il seguente problema di P.L. determinare il problema duale e risolverli entrambi:

$$z = 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 \quad (\text{minimizzare})$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 \geq 8 \\ 2x_1 + x_2 \geq 12 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

97 Dato il seguente problema di P.L. determinare il problema duale e risolverli entrambi:

$$z = 8x_1 + 4x_2 + 2x_3 \quad (\text{minimizzare})$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 14 \\ x_2 + 3x_3 \geq 6 \\ x_1 + x_3 = 10 \\ x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

PROBLEMI DI TRASPORTO

98 Gli stabilimenti O_1 e O_2 producono, rispettivamente, q 300 e q 500 di merce che viene inviata ai depositi D_1 , D_2 , D_3 aventi, rispettivamente, la capienza di q 200, q 150, q 450. Data la seguente matrice dei costi di trasporto (in lire per quintale), determinare il piano ottimo di trasporto.

	D_1	D_2	D_3
O_1	10	15	20
O_2	16	13	12

99 Una raffineria produce giornalmente nei suoi due stabilimenti O_1 e O_2 tonnellate 300 e 500 di benzina che devono essere trasportate ai 4 depositi D_1 , D_2 , D_3 , D_4 aventi capacità, rispettivamente, di t 200, t 120, t 280, t 200.

I costi di trasporto, in migliaia di lire alla tonnellata, sono espressi dalla seguente tabella:

	D_1	D_2	D_3	D_4
O_1	8	9	6	4
O_2	0	4	5	2

Determinare il piano di trasporto ottimo.

100 Un'azienda, nei suoi stabilimenti O_1 , O_2 , O_3 , produce, rispettivamente, q 200, q 300, q 200 di una merce che deve essere trasportata ai tre depositi D_1 , D_2 , D_3 aventi le capacità, rispettivamente, di q 150, q 320 e q 230.

I prezzi di trasporto, in migliaia di lire, sono riportati nella seguente tabella:

rambi:

	D_1	D_2	D_3
O_1	6	4	2
O_2	5	1	4
O_3	3	0	1

Determinare il piano di trasporto ottimo.

rambi:

- 101** Un'impresa produce piccoli elettrodomestici nei suoi tre stabilimenti O_1 , O_2 , O_3 in numero, rispettivamente, di 300, 400, 150 al mese. Gli elettrodomestici sono ceduti a 4 grandi supermercati, le cui domande mensili sono, rispettivamente, di 200, 120, 180 e 350 pezzi.

I costi di trasporto, in migliaia di lire, sono espressi dalla tabella:

rambi:

	D_1	D_2	D_3	D_4
O_1	4	3	1	6
O_2	5	2	0	3
O_3	1	4	3	2

Determinare il piano di trasporto ottimo.

che vie-
q 150,
termina-

- 102** Un'impresa deve provvedere al trasporto della merce dai tre stabilimenti di produzione: O_1 che produce q 160, O_2 che produce q 100, O_3 che produce q 380 ai quattro depositi D_1 con capacità di q 120, D_2 con capacità di q 100, D_3 con capacità di q 200, D_4 con capacità di q 220.

I costi unitari di trasporto sono espressi dalla seguente tabella:

	D_1	D_2	D_3	D_4
O_1	50	60	32	45
O_2	12	24	42	56
O_3	44	32	16	56

ate 300
4 aventi

Determinare il piano di trasporto ottimo.

tabella:

- 103** Una ditta produce in quattro stabilimenti O_1 , O_2 , O_3 , O_4 , rispettivamente, 200, 200, 300, 250 unità di una merce da inviare a cinque clienti D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , D_5 che richiedono, rispettivamente, 220, 260, 180, 190 e 100 unità di merce. La matrice dei costi di trasporto (espressa in migliaia di lire) è la seguente:

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
O_1	4	4	6	3	5
O_2	1	5	4	0	3
O_3	4	1	4	5	6
O_4	4	6	2	4	5

, q 300,
venti le

Determinare il piano di trasporto ottimo.